

Title	p函数ニ関スルーツノ函数方程式ニツイテ
Author(s)	春木, 博
Citation	全国紙上数学談話会. 213 p.145-p.146
Issue Date	1941-04-23
oaire:version	VoR
URL	<a href="https://doi.org/10.18910/74849">https://doi.org/10.18910/74849</a>
rights	
Note	

*Osaka University Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

919.  $p$  函数 = 関スルーツノ函数方程式 = ツイテ

春 木 博 (阪大)

$f(x) = p(x)$  (Weierstrass,  $v^0$ -函数) ト  
スルトキ次ノ函数方程式が成リ立ツ。

$$(F) \quad f(x+y)f(x-y) = \frac{\{f(x)f(y)+a\}^2 + b\{f(x)+f(y)\}}{\{f(x)-f(y)\}^2}$$
$$(a = \frac{1}{4}g_2, b = g_3)$$

逆 = 今  $f(x)$  ノ原点ノ近傍 = 於テ原点ヲ除キ一様正則ト假定  
シテ (F) ノ函数方程式ノ解ヲ求メテ見ヨウ。 ( $a, b$  ハ常数

スル)

(F) カラ 容易 =  $f(x)$  ハ 原点ヲ 極トシテ ホル コトガ 判ル  
カラ、 $g(x) = \frac{1}{f(x)}$  ト オケバ  $g(x)$  ハ 原点ノ 或ル 近傍デ 正  
則ナリカモ  $g(0) = 0$  ナル コトガ 判ル。更ニ (F) = ヨリ  $f(x)$   
ハ 偶函数ナル 故  $g(x)$  モ 亦 偶函数トナリ  $g'(0) = 0$  ナル。

(F) ヲ  $g(x) = 0$  ヲ テ 書キ 直セバ

$$(G) \quad g(x+y)g(x-y)\{a g(x)g(y)+1\}^2 \\ + b g(x)g(y)\{g(x)+g(y)\} = \{g(x)-g(y)\}^2$$

(G) ヲ  $y$  デ 二 度 微分シテ  $y=0$  ト オケバ ( $g(0)=0$ ,  
 $g'(0)=0$ ,  $g''(0)=\alpha$ )

$$2g''(x)g(x) - 2g'^2(x) \\ + \alpha g(x)[2ag^2(x) + bg^3(x) + 2] = 0$$

$f(x)$  = 関スル 微分方程式 = 直セバ

$$f''(x)f(x) - f'^2(x) = \alpha [2f^3(x) + 2af(x) + b]$$

之レヲ 解ケ  $f'(x) = p$  ト オケバ  $f''(x) = \frac{dp}{df} p$  ナル 故

$$\frac{dp}{df} - \frac{p}{f} = \frac{\alpha}{p} \left( 2f^2 + 2a + \frac{b}{f} \right)$$

之レハ Bernoulli ノ 微分方程式  $\frac{dy}{dx} + p(x)y = q(x)y^n$   
ニ 於テ  $n = -1$  ノ 場合 故ニ、解法ニ 従ヘバ 結局

$$f'^2(x) = \alpha [4f^3(x) + Kf^2(x) - 4af(x) - b] \quad (K \text{ ハ 常数})$$

之ヲ 解イテ (F) = 適スルモノヲ 求ムレバ、結局

$$f(x) = p(\alpha x) \quad (\alpha \text{ ハ 常数})$$